

基于贝叶斯网络的分层系统可靠性分析

刘 钰¹, 韩 峰¹, 闫 凯¹, 陆希成^{1,2}

(1. 西北核技术研究所 第五研究室, 西安 710024;

2. 西北核技术研究所 高功率微波技术重点实验室, 西安 710024)

摘 要: 由于分层系统的系统结构复杂,且系统不同层次可靠性信息具有不平衡性的特点,使得分层系统的可靠性建模较为困难.考虑二态情况,通过引入贝叶斯网络描述分层系统元素间的失效关系,并考虑了系统元素间级联失效问题,结合贝叶斯多源信息融合方法,以贝叶斯网络模型为基础整合了系统各层元素的可靠性信息,构成了一种较为通用的二态分层系统可靠性分析方法.算例结果表明:该方法在贝叶斯网络模型计算过程中能够融合系统各层元素可靠性信息并有效处理级联失效问题,提高了系统可靠性后验均值估计的准确性,减小了系统可靠性结论的后验方差.

关 键 词: 可靠性; 分层系统; 贝叶斯网络; 贝叶斯方法; 级联失效

中图分类号: V23; TB114.3; N945.17

文献标志码: A

Reliability analysis of hierarchical systems based on Bayesian network

LIU Yu¹, HAN Feng¹, YAN Kai¹, LU Xi-cheng^{1,2}

(1. Department of No. 5,

Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, China;

2. Science and Technology on High Power Microwave Laboratory,
Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, China)

Abstract: Reliability modeling of hierarchical systems is significantly difficult because of the complex system structures and imbalanced reliability information at different system levels. A Bayesian network reliability analysis methodology was proposed to model the reliability of binary-state hierarchical systems considering the combination of Bayesian network and Bayesian information aggregation approach to represent the failure relationship among system elements. An example illustrated that, the proposed methodology can significantly improve the accuracy of system-level reliability modeling and reduce the variances of the posterior failure distribution of system by considering the cascading failure dependency and utilizing all available reliability information throughout the system.

Key words: reliability; hierarchical systems; Bayesian network;
Bayesian method; cascading failure

分层系统(hierarchical systems)结构具有易加工和模块化等优点,被广泛应用于航空、核能、电子等领域复杂工程系统的设计^[1]. 分层系统的主要特征是系统结构具有层次性,系统各层都拥

有独立可分离的模块或部件^[2]. 与典型串并联系统相比,分层系统的可靠性建模更为复杂.

分层系统各层元素的可靠性信息具有显著的不均衡性特点^[3]. 可靠性信息包括可靠性试验数

收稿日期:2015-10-14

基金项目:国家自然科学基金重点基金(61231003); 国家自然科学基金青年基金(61201090)

作者简介:刘钰(1982—),男,陕西西安人,助理研究员,博士生,主要从事系统辐射效应评估方法研究.

据及先验信息. 系统底层元素(如器件)一般选自标准产品库, 可靠性信息易于获得且较为丰富. 而接近顶层的元素, 其可靠性信息常常缺乏甚至不存在, 特别是整系统, 其可靠性试验耗费耗时巨大, 积累信息十分有限. 对系统各层元素的可靠性信息进行融合使用, 能够提高分层系统可靠性模型的准确度. 近些年, 关于贝叶斯方法的研究较为多见^[4-5], 主要因为贝叶斯方法具有较强的多源信息融合能力, 文献[6-7]对近期工作进行了很好的总结. 另外, 现有可靠性研究多数都基于失效关系独立性假设, 但分层系统元素之间的失效关系更为复杂, 不仅系统高层的失效行为依赖于低层的功能状态^[2,8], 而且系统同层元素的失效具有普遍的相关特征, 这些方法已不能满足分层系统信息融合的需要. 同层元素的失效关系具体表现为级联失效、共因失效和关联失效等^[9], 共因失效已被广泛研究^[10-12], 关联失效较为罕见^[9], 级联失效是本文的关注点. 一些传统的可靠性建模方法(如故障树或框图法)并不擅于处理这些失效关系, 推理繁琐, 计算困难^[13-14]. 而贝叶斯网络(Bayesian network, BN)能够灵活地表示不确定性信息, 并进行不确定性推理, 是目前工程系统可靠性建模的主要方法之一^[14-15], 能够有效地处理级联失效等问题.

文献[3]通过 BN 描述了多态分层系统元素间的失效关系, 并基于贝叶斯多源信息融合方法, 以 BN 模型为基础整合了多态系统各层元素的可靠性信息. 但在实际工程应用中, 二态系统(成败型)仍占据重要地位^[16-19]. 本文针对二态分层系统(binary-state hierarchical system, BSHS)可靠性评估问题, 给出了针对成败型试验数据的贝叶斯信息融合方法, 并对 BN 推理过程进行了详细阐述, 构成了一种较为通用的 BSHS 可靠性分析方法.

1 分层系统 BN 表示

一般, BN 由节点 $\{X_1, \dots, X_n\}$ 和节点之间的弧构成^[20], 如图 1 所示. 每个节点 X_i 都是一个随机变量. 如果存在自 X_i 指向 X_j 的弧, 则称 X_i 为 X_j 的父节点. 每一个节点都可能存在或不存在父节点. 弧描述了节点与其父节点之间条件概率关系.

而使用 BN 表示 BSHS 的功能逻辑需要一些特殊的标记, 节点记作 $X_{(l,m)}$, l 表示系统层级, $l=1, \dots, L$, m 表示 l 层某元素, $m=1, \dots, M_l$. 所

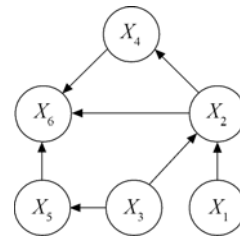


图 1 BN 示意图

Fig. 1 Illustration of BN

以 $X_{(l,m)}$ 表示第 l 层的第 m 个节点, $X_{(l,m)} = \{k\}$, $k=0, 1$, 状态“0”, “1”分别表示“正常”和“失效”. 表示 BSHS 的 BN 有几个约束条件: ①若 l_1 表示上层, 而 l_2 表示下层, 则不允许存在 l_1 指向 l_2 的弧, 即某节点的失效可由其父节点失效导致, 但反之不成立; ②不允许存在非相邻层级节点间的弧, 是指节点的失效不能越层传递, 必须通过其子节点将失效信息传递下去; ③同层节点之间的弧表示层级内级联失效.

用 $\mathbf{P}_a(X_{(l,m)})$ 表示 $X_{(l,m)}$ 父节点集合, 显然 $\mathbf{P}_a(X_{(l,m)})$ 可包含 $X_{(l,m)}$ 的同层节点或 $l+1$ 层的节点. $P_r[X_{(l,m)} | \mathbf{P}_a(X_{(l,m)})]$ 表示 $X_{(l,m)}$ 在给定其父节点集合时的条件概率. 由于节点取值为离散值, 故该变量常使用条件概率表(conditional probability table, CPT)描述. 而 $X_{(l,m)}$ 的及其非空父节点的联合概率表示为^[20]

$$P_r[X_{(l,m)}, \mathbf{P}_a(X_{(l,m)})] = P_r[X_{(l,m)} | \mathbf{P}_a(X_{(l,m)})] \cdot P_r[\mathbf{P}_a(X_{(l,m)})] \quad (1)$$

基于式(1), $P_r[\mathbf{P}_a(X_{(l,m)})]$ 又可递归分解. 一旦获得其联合概率, 则任一节点的边际概率为^[20]

$$P_r(X_{(l,m)}) = \sum_{\mathbf{P}_a(X_{(l,m)})} P_r[X_{(l,m)}, \mathbf{P}_a(X_{(l,m)})] \quad (2)$$

根据父节点的位置, 可将 CPTs 分为层级内 CPTs 和层级间 CPTs 两类. 层级间 CPT 可表示为 $P_r[X_{(l,m)} | \mathbf{P}_{a1}(X_{(l,m)})]$, $\mathbf{P}_{a1}(X_{(l,m)})$ 表示节点 $X_{(l,m)}$ 位于 $l+1$ 层的父节点集合; $P_r[X_{(l,m)} | \mathbf{P}_{a2}(X_{(l,m)})]$ 表示层级内 CPT, $\mathbf{P}_{a2}(X_{(l,m)})$ 表示节点 $X_{(l,m)}$ 的同层父节点集合. CPTs 一般由专家知识或可靠性试验数据获得.

2 分层系统信息融合方法

为充分利用系统各层级节点的可靠性信息, 需要对 BN 概率推理过程进行改进, 这里还需要一些分类和定义.

2.1 节点及先验信息分类

根据父节点位置, BN 节点可分为 3 类^[3]:
① I 型节点 $X_{(l,m)}^I$, 为无父节点的节点, $\mathbf{P}_a(X_{(l,m)}^I) = \emptyset$; ② II 型节点 $X_{(l,m)}^{II}$, 有且仅有下层父节点的节点, $\mathbf{P}_{a1}(X_{(l,m)}^{II}) \neq \emptyset$ 且 $\mathbf{P}_{a2}(X_{(l,m)}^{II}) = \emptyset$; ③ III 型节点 $X_{(l,m)}^{III}$, 至少包括一个同层父节点的节点, $\mathbf{P}_{a2}(X_{(l,m)}^{III}) \neq \emptyset$. 图 2 给出了这 3 种类型节点的示意图.

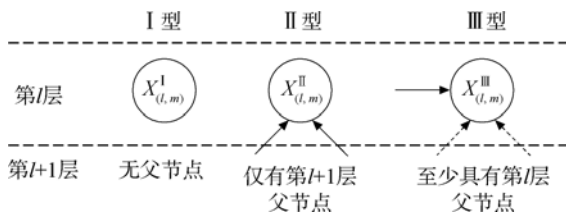


图 2 节点类型示意图

Fig. 2 Illustration of node types

基于 BN 结构, 由父节点传导至节点的先验信息可称作“传导先验”; 节点自身具有的先验信息则称为“节点先验”; 传导先验与节点先验可合成为联合先验. 基于贝叶斯方法, 将联合先验与节点可靠性试验数据进行整合, 就可以获得节点的后验概率分布.

2.2 层级内信息融合

对于节点 $X_{(l,m)}$, 假设 $N_{(l,m)}$ 表示试验单元总数量, $y_{(l,m)}$ 表示正常单元数量, 则可靠性试验数据可表示为多维随机变量 $\mathbf{y}_{(l,m)}$. 若节点 $X_{(l,m)}$ 以概率 $P_r(X_{(l,m)} = 0) = p_{(l,m)}$ 处于正常状态, 则 $\mathbf{y}_{(l,m)}$ 可以使用二项分布进行建模^[16]

$$f(\mathbf{y}_{(l,m)} | \mathbf{p}_{(l,m)}) = \frac{N_{(l,m)}!}{y_{(l,m)}!(N_{(l,m)} - y_{(l,m)})!} \cdot p_{(l,m)}^{y_{(l,m)}} (1 - p_{(l,m)})^{N_{(l,m)} - y_{(l,m)}} \quad (3)$$

式中 $y_{(l,m)}$ 是 $\mathbf{y}_{(l,m)}$ 的具体取值.

在贝叶斯理论中, $\mathbf{p}_{(l,m)}$ 可看作随机变量, 基于相关知识可获得 $\mathbf{p}_{(l,m)}$ 的先验分布. 显然, I 型节点只有节点先验, 其先验分布 $\mathbf{p}_{(l,m)}^I$ 一般选择贝塔分布 $B(a^I, b^I)$ (二项分布的共轭先验)

$$\pi(\mathbf{p}_{(l,m)}^I | \boldsymbol{\alpha}_{(l,m)}^I) = \frac{\Gamma(a^I + b^I)}{\Gamma(a^I)\Gamma(b^I)} \cdot (p_{(l,m)}^I)^{a^I-1} (1 - p_{(l,m)}^I)^{b^I-1} \quad (4)$$

其中超参数 $\boldsymbol{\alpha}_{(l,m)}^I$ 为 $[a^I, b^I]^T$.

由式(3)和式(4)可得, 后验分布为 $B(y_{(l,m)} + a^I, N_{(l,m)} - y_{(l,m)} + b^I)$, 即

$$\pi(\mathbf{p}_{(l,m)}^I | y_{(l,m)}, \boldsymbol{\alpha}_{(l,m)}^I) = \frac{\Gamma(N_{(l,m)} + a^I + b^I)}{\Gamma(y_{(l,m)} + a^I)\Gamma(N_{(l,m)} - y_{(l,m)} + b^I)} \cdot (p_{(l,m)}^I)^{y_{(l,m)} + a^I - 1} (1 - p_{(l,m)}^I)^{N_{(l,m)} - y_{(l,m)} + b^I - 1} \quad (5)$$

当先验同时包括节点先验和传导先验时, 推导将更为复杂.

2.3 层级间信息融合

层级间信息融合分为 4 步, 相邻层级间节点信息融合的对象一般为 II 型节点, 下面针对 $l+1$ 和 l 层进行讨论.

第 1 步: 获取传导先验

对于 II 型节点 $X_{(l,m)}^{II}$, 其可靠性可以表示为

$$P_r(X_{(l,m)}^{II}) = \sum_{\mathbf{p}_{a1}(X_{(l,m)}^{II})} P_r[X_{(l,m)}^{II} | \mathbf{p}_{a1}(X_{(l,m)}^{II})] \cdot P_r[\mathbf{p}_{a1}(X_{(l,m)}^{II})] \quad (6)$$

式中 $\mathbf{p}_{a1}(X_{(l,m)}^{II})$ 可能包含 I 型, II 型和 III 型节点. 因此, 基于层级间 CPTs, $P_r[\mathbf{p}_{a1}(X_{(l,m)}^{II})]$ 可表示为 3 类节点概率的乘积,

$$P_r[\mathbf{p}_{a1}(X_{(l,m)}^{II})] = \prod_{X_{(l+1,m_3)}^{III} \in \mathbf{p}_{a1}(X_{(l,m)}^{II})} P_r[X_{(l+1,m_3)}^{III} | \mathbf{p}_{a2}(X_{(l+1,m_3)}^{III})] \cdot \prod_{X_{(l+1,m_2)}^{II} \in \mathbf{p}_{a1}(X_{(l,m)}^{II})} P_r(X_{(l+1,m_2)}^{II}) \cdot \prod_{X_{(l+1,m_1)}^I \in \mathbf{p}_{a1}(X_{(l,m)}^{II})} P_r(X_{(l+1,m_1)}^I) \quad (7)$$

在式(7)中, $P_r(X_{(l+1,m_1)}^I)$ 可通过式(5)计算. 由于 $X_{(l+1,m_2)}^{II}$ 也是 II 型节点, $P_r(X_{(l+1,m_2)}^{II})$ 可根据式(7)继续迭代计算. $P_r[X_{(l+1,m_3)}^{III} | \mathbf{p}_{a2}(X_{(l+1,m_3)}^{III})]$ 则可通过 $X_{(l+1,m_3)}^{III}$ 的 CPTs 获取. $P_r(X_{(l,m)}^{II})$ 为节点正常或失效的概率分布, 可将其作为传导先验.

第 2 步: 传导先验近似

通过式(6)获得的传导先验并非闭合形式, 应用最大熵方法可对其分布进行估计^[21], 但后续计算仍显困难. 如果传导先验的分布形式能够与其节点先验相同则易于处理. 可通过 Monte Carlo (MC) 方法对 $P_r(X_{(l,m)}^{II})$ 抽样, 再基于样本将其拟合为贝塔分布, 并通过最大似然估计获取 $p_{(l,m)}^{II}$ 的超参数 $\boldsymbol{\alpha}_{(l,m)}^{II}$.

第 3 步: 获取联合先验

$X_{(l,m)}^{II}$ 的节点先验与传导先验可合成为联合先验 $\mathbf{p}_{(l,m)}^c, \mathbf{p}_{(l,m)}^c \sim B(\boldsymbol{\alpha}_{(l,m)}^c)$. 超参数 $\boldsymbol{\alpha}_{(l,m)}^c$ 由下式

计算得到

$$\alpha_{(l,m)}^c = \omega_{(l,m)} \alpha_{(l,m)}^{\parallel} + (1 - \omega_{(l,m)}) \alpha_{(l,m)}^I \quad (8)$$

其中 $\omega_{(l,m)} \in [0,1]$ 是用于平衡 $\alpha_{(l,m)}^I$ 和 $\alpha_{(l,m)}^{\parallel}$ 的权重系数. 该系数可由专家确定, 基本原则是: 若节点先验有偏, 而传导先验准确且置信度较高, 则 $\omega_{(l,m)}$ 取值较大, 从而确保联合先验中传导先验占主导地位; 相应地, 若可用的先验知识丰富, 节点先验准确且置信度较高, 则 $\omega_{(l,m)}$ 取值较小, 从而减少传导先验的影响.

第4步: 后验计算

联合先验 $p_{(l,m)}^c$ 解决了第 l 层节点可靠性信息缺乏的问题, 与节点的可靠性试验数据结合, 针对 II 型节点, 式(5)可以修正为

$$\pi(p_{(l,m)}^{\parallel} | y_{(l,m)}, \alpha_{(l,m)}^c) = \frac{\Gamma(N_{(l,m)} + a^c + b^c)}{\Gamma(y_{(l,m)} + a^c) \Gamma(N_{(l,m)} - y_{(l,m)} + b^c)} \cdot (p_{(l,m)}^{\parallel})^{y_{(l,m)} + a^c - 1} \cdot (1 - p_{(l,m)}^{\parallel})^{N_{(l,m)} - y_{(l,m)} + b^c - 1} \quad (9)$$

其中 $p_{(l,m)}^{\parallel}$ 表示 II 型节点各状态的后验概率.

若将各节点的节点先验、传导先验和试验数据信息按上述方法都包含进 BN 推理过程, 则最终可获得系统失效概率后验分布.

3 算例研究

以某型号模数转换(analog to digital conversion, ADC)系统为例说明方法. 该系统由逻辑控制子系统、信号预处理子系统和信号转换子系统构成, 各子系统又由若干部件构成. 系统的 BN 如图 3 所示. 系统可靠性为节点 $X_{(1,1)}$ 正常工作的概率, 即 $P_r(X_{(1,1)} = 0)$.

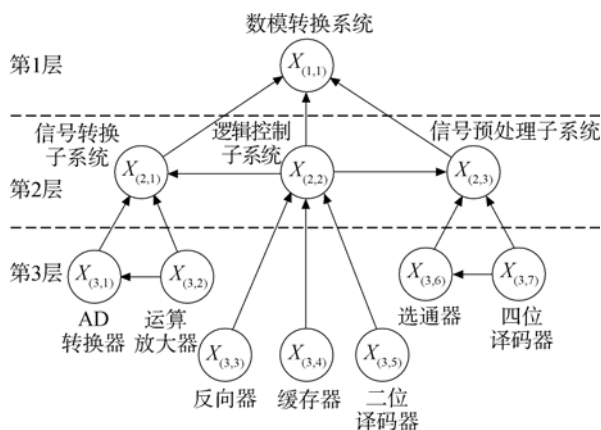


图3 某型号数模转换系统的 BN 模型

Fig. 3 BN model of an ADC system

根据式(1)和式(2), 有

$$P_r(X_{(1,1)}) = \sum_{X_{(2,1)}, X_{(2,2)}, X_{(2,3)}} P_r(X_{(1,1)} | X_{(2,1)}, X_{(2,2)}, X_{(2,3)}) \cdot P_r(X_{(2,1)} | X_{(2,2)}) \cdot P_r(X_{(2,3)} | X_{(2,2)}) \cdot P_r(X_{(2,2)}) \quad (10)$$

其中 $P_r(X_{(2,1)} | X_{(2,2)})$, $P_r(X_{(2,3)} | X_{(2,2)})$ 和 $P_r(X_{(2,2)})$ 可分解为

$$P_r(X_{(2,1)} | X_{(2,2)}) = \sum_{X_{(3,1)}, X_{(3,2)}} P_r(X_{(2,1)} | X_{(2,2)}, X_{(3,1)}, X_{(3,2)}) \cdot P_r(X_{(3,1)} | X_{(3,2)}) \cdot P_r(X_{(3,2)}) \quad (11)$$

$$P_r(X_{(2,3)} | X_{(2,2)}) = \sum_{X_{(3,6)}, X_{(3,7)}} P_r(X_{(2,3)} | X_{(2,2)}, X_{(3,6)}, X_{(3,7)}) \cdot P_r(X_{(3,6)} | X_{(3,7)}) \cdot P_r(X_{(3,7)}) \quad (12)$$

$$P_r(X_{(2,2)}) = \sum_{X_{(3,3)}, X_{(3,4)}, X_{(3,5)}} P_r(X_{(2,2)} | X_{(3,3)}, X_{(3,4)}, X_{(3,5)}) \cdot P_r(X_{(3,3)}) \cdot P_r(X_{(3,4)}) \cdot P_r(X_{(3,5)}) \quad (13)$$

表 1 和表 2 给出了 $X_{(3,2)}$, $X_{(3,3)}$, $X_{(3,4)}$, $X_{(3,5)}$ 和 $X_{(3,7)}$ 各状态概率及其他 CPTs. 根据式(1)和式(2), 可计算出其余节点各状态相应的概率, 如表 3 所示. 这些值将作为参考依据用于评价最终计算结果.

表 1 根节点失效概率设定值

Table 1 Predetermined parameter values of failure probability of root nodes

节点概率	$k=0$	$k=1$
$P_r(X_{(3,2)} = k)$	0.97	0.03
$P_r(X_{(3,3)} = k)$	0.98	0.02
$P_r(X_{(3,4)} = k)$	0.95	0.05
$P_r(X_{(3,5)} = k)$	0.96	0.04
$P_r(X_{(3,7)} = k)$	0.92	0.08

为模拟实际情况中存在的可靠性信息不均衡现象, 依据表 1 和表 3, 针对部件、子系统和系统分别随机产生样本容量为 200, 50 和 10 的成败型试验数据, 见表 4. 另外, 赋予部件准确性较高的节点先验, 对于子系统和系统, 则赋予了无信息节点先验. 详情见表 5, 其中 $a, b \in [0,1]$ 为先验分布 $B(a, b)$ 的参数.

以 $X_{(3,2)}$ 为例, 根据算法第 1 步可计算得到其后验为 $B(199, 10, 9, 40)$, 又

$$P_r(X_{(3,1)}) = \sum_{X_{(3,2)}} P_r(X_{(3,1)} | X_{(3,2)}) \cdot P_r(X_{(3,2)}) \quad (14)$$

表 2 CPTs 设定值

Table 2 Predetermined parameter values of CPTs

CPT	节点条件概率	$k=0$	$k=1$
1	$P_r(X_{(3,1)}=k X_{(3,2)}=0)$	0.97	0.03
	$P_r(X_{(3,1)}=k X_{(3,2)}=1)$	0.75	0.25
2	$P_r(X_{(3,6)}=k X_{(3,7)}=0)$	0.94	0.06
	$P_r(X_{(3,6)}=k X_{(3,7)}=1)$	0.68	0.32
3	$P_r(X_{(2,2)}=k X_{(3,3)}=0, X_{(3,4)}=0, X_{(3,5)}=0)$	0.95	0.05
	$P_r(X_{(2,2)}=k X_{(3,3)}=0, X_{(3,4)}=0, X_{(3,5)}=1)$	0.82	0.18
	$P_r(X_{(2,2)}=k X_{(3,3)}=0, X_{(3,4)}=1, X_{(3,5)}=0)$	0.79	0.21
	$P_r(X_{(2,2)}=k X_{(3,3)}=1, X_{(3,4)}=0, X_{(3,5)}=0)$	0.85	0.15
	$P_r(X_{(2,2)}=k X_{(3,3)}=1, X_{(3,4)}=1, X_{(3,5)}=0)$	0.74	0.26
	$P_r(X_{(2,2)}=k X_{(3,3)}=1, X_{(3,4)}=0, X_{(3,5)}=1)$	0.73	0.27
	$P_r(X_{(2,2)}=k X_{(3,3)}=0, X_{(3,4)}=1, X_{(3,5)}=1)$	0.71	0.29
	$P_r(X_{(2,2)}=k X_{(3,3)}=1, X_{(3,4)}=1, X_{(3,5)}=1)$	0.65	0.35
	$P_r(X_{(2,1)}=k X_{(2,2)}=0, X_{(3,1)}=0, X_{(3,2)}=0)$	1.00	0
	$P_r(X_{(2,1)}=k X_{(2,2)}=1, X_{(3,1)}=0, X_{(3,2)}=0)$	0.83	0.17
4	else	0	1.00
	$P_r(X_{(2,3)}=k X_{(2,2)}=0, X_{(3,6)}=0, X_{(3,7)}=0)$	1.00	0
	$P_r(X_{(2,3)}=k X_{(2,2)}=1, X_{(3,6)}=0, X_{(3,7)}=0)$	0.87	0.13
5	else	0	1.00
	$P_r(X_{(1,1)}=k X_{(2,1)}=0, X_{(2,2)}=0, X_{(2,3)}=0)$	1.00	0
6	else	0	1.00

根据第 2 步,可得 $X_{(3,1)}$ 的概率分布表达式.应用 MC 方法对 $P_r(X_{(3,1)})$ 抽样,并拟合为贝塔

表 3 其余节点失效概率计算结果

Table 3 Calculated values of failure probability of other nodes

节点概率	$k=0$	$k=1$
$P_r(X_{(3,1)}=k)$	0.9634	0.0366
$P_r(X_{(3,6)}=k)$	0.9192	0.0808
$P_r(X_{(2,1)}=k)$	0.9242	0.0758
$P_r(X_{(2,2)}=k)$	0.9350	0.0650
$P_r(X_{(2,3)}=k)$	0.8385	0.1615
$P_r(X_{(1,1)}=k)$	0.7245	0.2755

表 4 二态试验数据模拟结果

Table 4 Simulated results of binary-state test data

节点	试验个数	
	$k=0$	$k=1$
$X_{(3,1)}$	193	7
$X_{(3,2)}$	192	8
$X_{(3,3)}$	194	6
$X_{(3,4)}$	192	8
$X_{(3,5)}$	195	5
$X_{(3,6)}$	187	13
$X_{(3,7)}$	187	13
$X_{(2,1)}$	45	5
$X_{(2,2)}$	47	3
$X_{(2,3)}$	43	7
$X_{(1,1)}$	8	2

分布作为传导先验.联合先验权重系数取 $w_{(3,1)}=0.1$,然后通过第 3 步,计算联合先验参数.结合模拟试验数据,最终能够得到 $P_r(X_{(3,1)})$ 的后验分布 $B(574.67,24.07)$.继续上述过程,可计算得到其他节点的后验分布,结果见表 5.

对于未考虑信息融合的情况,也可计算系统与子系统节点的后验分布,图 4 直观地给出了 $X_{(2,1)}, X_{(2,2)}, X_{(2,3)}$ 和 $X_{(1,1)}$ 后验分布的对比情况.可见,应用本文提出的信息融合方法,后验概率估计准确度更高.而未考虑信息融合的情况,由于节点无信息先验假设及模拟试验数据样本量较小,导致后验分布都相对较为平缓.

表 6 给出了子系统及系统节点正常状态后验均值、方差和 95% 置信区间,计算结果与参数设定值较为符合.

表 5 系统各节点后验分布
Table 5 Posteriors of all nodes of system

节点	节点先验分布 $B(a, b)$		传导先验分布 $B(a, b)$		联合先验 权重系数	后验分布 $B(a, b)$	
	a	b	a	b		a	b
$X_{(3,2)}$	7.1	1.4				199.10	9.40
$X_{(3,3)}$	7.2	1.3				201.20	7.30
$X_{(3,4)}$	7.0	1.6				199.00	9.60
$X_{(3,5)}$	7.1	1.5				202.10	6.50
$X_{(3,7)}$	6.8	1.8				193.80	14.80
$X_{(3,1)}$	4.0	1.5	3780.75	157.21	0.1	574.67	24.07
$X_{(3,6)}$	4.0	1.5	3171.91	270.01	0.1	507.79	41.35
$X_{(2,1)}$	0.5	0.5	319.51	32.98	0.5	205.01	21.74
$X_{(2,2)}$	0.5	0.5	6335.84	438.68	0.5	3215.17	222.59
$X_{(2,3)}$	0.5	0.5	289.82	50.40	0.5	188.16	32.20
$X_{(1,1)}$	0.5	0.5	220.60	84.92	0.9	206.59	78.48

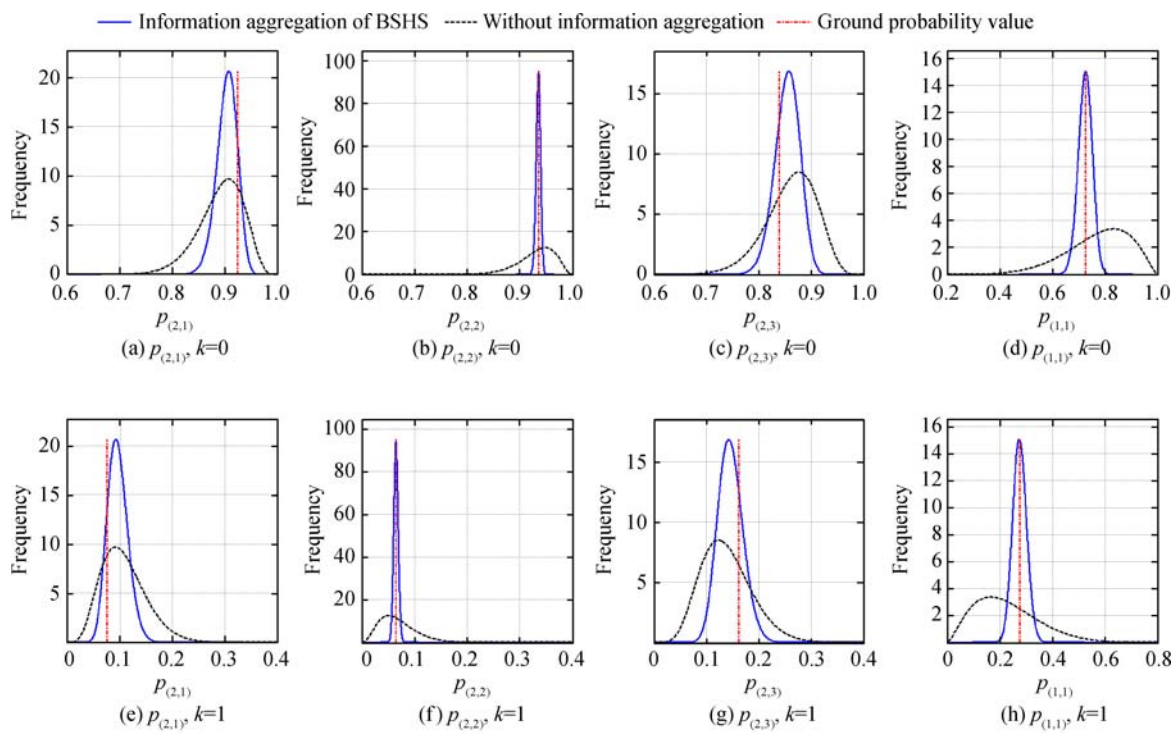


图 4 子系统与系统节点后验概率估计情况对比

Fig. 4 Comparisons of posteriors of sub-system and system nodes

表 6 子系统及系统后验概率估计
Table 6 Posteriors of sub-systems and system

节点	参数设定值	后验概率均值	95%置信区间	后验方差/ 10^{-4}
$P_r(X_{(2,1)}=0)$	0.9242	0.9041	[0.8626, 0.9389]	3.814
$P_r(X_{(2,2)}=0)$	0.9350	0.9353	[0.9268, 0.9432]	0.1753
$P_r(X_{(2,3)}=0)$	0.8385	0.8539	[0.8044, 0.8972]	5.642
$P_r(X_{(1,1)}=0)$	0.7245	0.7247	[0.6714, 0.7749]	6.991

4 结 论

本文建立了一种基于BN的二态分层系统可靠性分析方法,对整系统的可靠性建模过程进行了改进,并得到以下结论:

1) 通过引入BN描述系统元素之间的失效关系,能够有效处理级联失效问题。

2) 在BN模型推理过程中考虑信息融合问题,应用贝叶斯方法能够对系统各层元素的可靠性信息进行融合,可以解决系统各层元素可用可靠性信息不均衡的问题。

3) 为与实际情况相符,子系统及系统节点模拟试验数据样本量较小,且采用无信息先验假设。此时,未考虑信息融合的系统可靠性后验分布较为平缓,估计不确定度较大,后验均值与设定值偏差较明显。而文中方法能够明显减小系统可靠性结论的不确定性,可靠性后验均值估计的准确性也更高。

参考文献:

- [1] Simon H A. The sciences of the artificial[M]. Cambridge: The MIT Press, 1996.
- [2] 陈光宇,黄锡滋,唐小我. 不完全覆盖的多层次系统可靠性分析[J]. 系统工程学报, 2005, 20(5): 504-510.
CHEN Guangyu, HUANG Xizi, TANG Xiaowo. Reliability analysis of hierarchical systems with imperfect coverage [J]. Journal of Systems Engineering, 2005, 20(5): 504-510. (in Chinese)
- [3] LI Mingyang, LIU Jian, LI Jing, et al. Bayesian modeling of multi-state hierarchical systems with multi-level information aggregation [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2014, 124: 158-164.
- [4] Martz H F, Waller R A, Fickas E T. Bayesian reliability analysis of series systems of binomial sub-systems and components [J]. Technometrics, 1988, 30(2): 143-154.
- [5] 孙见忠,左洪福. 基于多源诊断信息融合的发动机气路分析[J]. 航空动力学报, 2013, 28(8): 1885-1896.
SUN Jianzhong, ZUO Hongfu. Gas path analysis based on multi-sources diagnostics information fusion [J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(8): 1885-1896. (in Chinese)
- [6] Hamada M, Martz H F, Reese C S, et al. A fully Bayesian approach for combining multilevel failure information in fault tree quantification and optimal follow-on resource allocation [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2004, 86(3): 297-305.
- [7] Hamada M, Wilson A G, Reese C S, et al. Bayesian reliability [M]. New York: Springer, 2008.
- [8] 刘钰,董楠,韩峰,等. 群体 AHP 方法在复杂系统易损性分析中的应用[J]. 数学的实践与认识, 2014, 44(8): 152-158.
LIU Yu, DONG Nan, HAN Feng, et al. Assessment method for vulnerability of complex systems based on group AHP [J]. Mathematics in Practice and Theory, 2014, 44(8): 152-158. (in Chinese)
- [9] Sun Y, Ma L, Mathew J, et al. An analytical model for interactive failures [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2006, 91(5): 495-504.
- [10] Mosleh A. Common cause failures: an analysis methodology and examples [J]. Reliability Engineering and System Safety, 1991, 34(3): 249-292.
- [11] 尹晓伟,钱文学,谢里阳. 基于贝叶斯网络的系统可靠性共因失效模型[J]. 中国机械工程, 2009, 20(1): 90-94.
YIN Xiaowei, QIAN Wenxue, XIE Liyang. Common cause failure model of system reliability based on Bayesian networks [J]. China Mechanical Engineering, 2009, 20(1): 90-94. (in Chinese)
- [12] 王学敏,谢里阳,周金字. 考虑共因失效的系统可靠性模型[J]. 机械工程学报, 2005, 40(1): 24-28.
WANG Xuemin, XIE Liyang, ZHOU Jinyu. System reliability model considering common cause failures [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 40(1): 24-28. (in Chinese)
- [13] 周忠宝,周经伦,金光,等. 基于贝叶斯网络的概率安全评估方法研究[J]. 系统工程学报, 2006, 21(6): 636-643.
ZHOU Zhongbao, ZHOU Jinglun, JIN Guang, et al. Probabilistic safety assessment research based on Bayesian networks [J]. Journal of Systems Engineering, 2006, 21(6): 636-643. (in Chinese)
- [14] 霍利民,朱永利,范高锋,等. 一种基于贝叶斯网络的电力系统可靠性评估新方法[J]. 电力系统自动化, 2003, 27(5): 36-40.
HUO Limin, ZHU Yongli, FAN Gaofeng, et al. A new method for reliability assessment of power system based on Bayesian networks [J]. Automation of Electric Power Systems, 2003, 27(5): 36-40. (in Chinese)
- [15] 厉海涛,金光,周经伦,等. 贝叶斯网络在动量轮地面试验可靠性分析中的应用[J]. 航空动力学报, 2009, 24(6): 1321-1325.
LI Haitao, JIN Guang, ZHOU Jinglun, et al. Bayesian networks application to reliability analysis of momentum wheel's ground test [J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(6): 1321-1325. (in Chinese)
- [16] 韩峰,陆希成,刘钰,等. 二项分布中成功概率的贝叶斯序贯检验方法[J]. 航空动力学报, 2013, 28(2): 270-274.
HAN Feng, LU Xicheng, LIU Yu, et al. Bayesian sequential test method for probability of success of binomial distribution based on posterior probability [J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(2): 270-274. (in Chinese)
- [17] 刘琦,王囡,唐旻. 成败型产品基于验后概率的 Bayes 序贯检验技术[J]. 航空动力学报, 2013, 28(3): 494-500.
LIU Qi, WANG Nan, TANG Min. Bayes sequential test technique for binomial product based on posterior probability [J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(3): 494-500. (in Chinese)

- [18] 冯文哲,刘琦.成败型产品的 Bayes 可靠性验证试验设计[J].航空动力学报,2012,27(1):110-117.
FENG Wenzhe,LIU Qi. Bayesian reliability demonstration test design for binomial distributed product[J]. Journal of Aerospace Power,2012,27(1):110-117. (in Chinese)
- [19] 刘天放,王义冬,张伟锋,等.基于成败型数据的导弹贮存可靠性试验方法研究[J].舰船电子工程,2014,34(8):120-123.
LIU Tianfang, WANG Yidong, ZHANG Weifeng, et al. Test method for missile storage reliability based on success or failure data[J]. Ship Electronic Engineering, 2014, 34(8):120-123. (in Chinese)
- [20] Heckerman D. A tutorial on learning with Bayesian networks[R]. Microsoft Research MSR-TR-95-06,1996.
- [21] 刘钰,韩峰,王玉恒,等.一种基于密度核估计的最大熵方法[J].工程数学学报,2011,28(3):285-292.
LIU Yu, HAN Feng, WANG Yuheng, et al. A new maximum entropy method based on kernel density estimate[J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 2011, 28(3): 285-292. (in Chinese)

(编辑:陈 越)